

## EJERCICIOS DE PROBABILIDAD (1ºA)

- 1) Halla la probabilidad de obtener al menos una cara en el lanzamiento de tres monedas

$A$  = "obtener al menos 1 cara" ...  $A'$  = "no obtener cara"

$$p(A') = \frac{1}{8} \Rightarrow p(A) = 1 - p(A') = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

- 2) Una urna esta compuesta por 20 bolas rojas, 15 azules y 7 verdes. Se extrae una bola. Hallar:

a) Probabilidad de que sea roja o verde

b) Probabilidad de que no sea azul

c) Probabilidad de que sea verde o azul

$R$  = "obtener bola roja"

$A$  = "obtener bola azul"

$V$  = "obtener bola verde" (incompatibles)

$$a) p(\text{roja o verde}) = p(R \cup V) = p(R) + p(V) = \frac{20}{42} + \frac{7}{42} = \frac{27}{42} = \frac{9}{14}$$

$$b) p(\text{no azul}) = p(A') = 1 - p(A) = 1 - \frac{15}{42} =$$

$$c) p(\text{verde o azul}) = p(V \cup A) = p(V) + p(A) = \frac{7}{42} + \frac{15}{42}$$

- 3) Extraemos una carta de una baraja española. Probabilidad de que sea rey o as

$A$  = "obtener un rey"

$B$  = "obtener un as" (incompatibles)

$$p(\text{rey o as}) = p(A \cup B) = p(A) + p(B) = \frac{4}{40} + \frac{4}{40} = \frac{1}{5}$$

- 4) Se realiza un experimento que consiste en la extracción de una carta de una baraja española.

Consideremos los sucesos:  $A$  = "obtener un oro"  $B$  = "obtener un rey"  $C$  = "obtener el as de espadas"

Hallar la probabilidad de a)  $A \cup B$  b)  $A \cup C$

a)  $A$  y  $B$  compatibles

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = \frac{10}{40} + \frac{4}{40} - \frac{1}{40}$$

b)  $A$  y  $C$  incompatibles

$$p(A \cup C) = p(A) + p(C) = \frac{10}{40} + \frac{1}{40} =$$

5)

En una caja hay 15 caramelos de naranja, 8 de limón y 7 de fresa. Si se sacan sucesivamente dos caramelos al azar, ¿cuál es la probabilidad de que los dos sean de limón?

Sean los sucesos

$L_1$  = {sacar limón en 1ª extracción}

$L_2$  = {sacar limón en 2ª extracción}

Queremos determinar  $P(L_1 \cap L_2)$   $P(L_1 \cap L_2) = P(L_1) \cdot P(L_2 / L_1) = \frac{8}{30} \cdot \frac{7}{29}$

(resolverlo mediante diagrama de árbol)

- 6) Una bolsa contiene bolas negras y rojas. Se extraen sucesivamente tres bolas. Obtener:

a) El espacio muestral.

b) El suceso  $A$  = extraer tres bolas del mismo color.

c) El suceso  $B$  = extraer, al menos, una bola negra.

d) El suceso  $C$  = extraer una sola bola negra.

e) Calcular las probabilidades de los sucesos  $A$ ,  $B$  y  $C$ .

SOLUCIÓN:

$$a) \Omega = \{(N, N, N), (N, N, R), (N, R, R), (N, R, N), (R, N, N), (R, N, R), (R, R, N), (R, R, R)\}$$

$$b) A = \{(N, N, N), (R, R, R)\}$$

$$c) B = \{(N, N, N), (N, N, R), (N, R, R), (N, R, N), (R, N, N), (R, N, R), (R, R, N)\}$$

$$d) C = \{(N, R, R), (R, N, R), (R, R, N)\}$$

$$e) p(A) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \quad , \quad p(B) = \frac{7}{8} \quad , \quad p(C) = \frac{3}{8}$$

7) Halla las probabilidades de los siguientes sucesos:

a) Al lanzar un dado se obtiene el número 3.

b) Al lanzar dos dados, la suma de los puntos obtenidos es 6.

$$a) p(A) = \frac{1}{6} \quad b) p(B) = \frac{5}{36}$$

8) En un hotel hay 200 clientes, de los cuales 40 son españoles y el resto extranjeros.

Entre los rubios hay 5 españoles y el 40% de los extranjeros. Elegida una persona al azar, calcula:

a) La probabilidad de que sea rubio.

b) Si se sabe que es rubio, la probabilidad de que sea extranjero.

200 clientes			
40 Españoles (E)		160 Extranjeros ( $\bar{E}$ )	
5 Rubios (R)	35 No rubios ( $\bar{R}$ )	64 Rubios (R)	96 No rubios ( $\bar{R}$ )

$$a) p(R) = \frac{69}{200} = 0'345$$

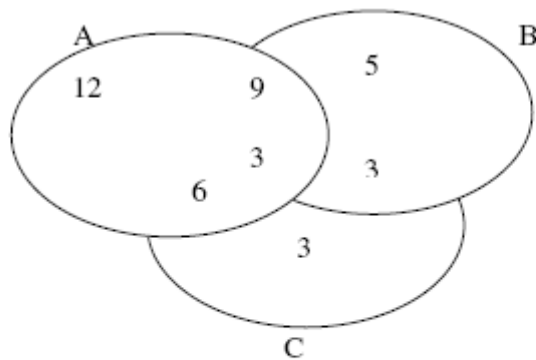
$$b) p(\bar{E}/R) = \frac{64}{69} = 0'928$$

9) En una ciudad se publican tres periódicos A, B y C. El 30% de la población lee A, el 20% lee B y el 15% lee C. El 12% lee A y B, el 9% A y C y el 6% B y C. Finalmente el 3% lee A, B y C. Se pide:

a) Porcentaje de personas que lee, al menos, uno de los tres periódicos.

b) Porcentaje de personas que lee sólo A.

c) Porcentaje que leen B o C, pero no A.



a)  $p(A \cup B \cup C) = 12 + 9 + 5 + 6 + 3 + 3 + 3 = 41\%$

b)  $p(A) = 12\%$

c)  $p((B \cup C) \cap \bar{A}) = 3 + 3 + 5 = 11\%$

10) Una urna contiene 5 bolas blancas y tres negras. Tres jugadores A, B y C extraen una bola, sin reemplazamiento, en este mismo orden. Gana el primer jugador que saca bola blanca. Calcular la probabilidad de que gane C.

$$p(C) = \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{56} = 0'089$$

11) En un colegio se va a hacer una excursión a una estación de esquí con dos autobuses, uno grande y otro pequeño. Las dos terceras partes de los alumnos apuntados a la excursión irán en el autobús grande y el resto en el pequeño. Se sabe que todos los alumnos que viajarán en el autobús pequeño saben esquiar y el 40% de los que lo harán en el otro autobús no saben. Se pide:

Calcular la probabilidad de que un alumno de la excursión elegido al azar sepa esquiar.

Autobús grande (G) (2/3)		Autobús pequeño (P) (1/3)	
Esquí (E)	No esquí ( $\bar{E}$ )	Esquí (E)	No esquí ( $\bar{E}$ )
(60%)	(40%)	(100%)	(0%)

$$p(E) = 0'6 \cdot \frac{2}{3} + 1 \cdot \frac{1}{3} = 0'73$$

12) Lanzamos dos dados. Si la suma es 10 o más cogemos una bola de la urna A, en caso contrario la cogemos de la B. La urna A tiene 6 bolas blancas y 4 azules; y la urna B tiene 3 blancas y 7 azules. Calcular:

a) Probabilidad de que la bola sea blanca y de la urna A.

b) Probabilidad de que la bola sea azul.

a)  $p(A \cap Bl) = \frac{6}{36} \cdot \frac{6}{10} = \frac{1}{10} = 0'1$

b)  $p(Az) = p(A) \cdot p(Az/A) + p(B) \cdot p(Az/B) = \frac{6}{36} \cdot \frac{4}{10} + \frac{30}{36} \cdot \frac{7}{10} = \frac{13}{20} = 0'65$

13) Un joyero compra los relojes a dos casa proveedoras. La primera le sirve el 60% de los relojes, de los que el 0'4% son defectuosos. La segunda le proporciona el resto, siendo defectuoso el 1'5%. Un día el joyero, al vender un reloj observa que éste no funciona. Hallar la probabilidad de que el reloj sea defectuoso.

Casa A (A) (60%)		Casa B (B) (40%)	
Defectuoso (D) (0'4%)	No defectuoso ( $\bar{D}$ ) (99'6%)	Defectuoso (D) (1'5%)	No defectuoso ( $\bar{D}$ ) (98'5%)

$$p(D) = 0'6 \cdot 0'004 + 0'4 \cdot 0'015 = 0'0084$$

14) Tres cofres idénticos contienen: el primero, 3 lingotes de oro y 2 de plata; el segundo, 2 de oro y 5 de plata; y el tercero, 6 de oro y 7 de plata. ¿Cuál es la probabilidad de que al extraer un lingote al azar de un cofre sea de plata?

$$p(P) = p\left(\frac{P}{C_1}\right) \cdot p(C_1) + p\left(\frac{P}{C_2}\right) \cdot p(C_2) + p\left(\frac{P}{C_3}\right) \cdot p(C_3) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{7} + \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{13} = 0'55$$

15) En una clase hay 30 personas. El 60% son chicos. En la última evaluación suspendieron las Matemáticas la tercera parte de los chicos y la cuarta parte de las chicas. Elegida una persona al azar, calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:

- a) A = Que sea chica.
- b) B = Que tenga aprobadas las Matemáticas.
- c) C = Que sea chico y tenga suspensas las Matemáticas.
- d) D = Que sea chica y tenga aprobadas las Matemáticas.

Chicos (O) (60%)		Chicas (A) (40%)	
Suspenden ( $\bar{M}$ ) (1/3)	Aprueban (M) (2/3)	Suspenden ( $\bar{M}$ ) (1/4)	Aprueban (M) (3/4)

a)  $p(A) = 0'4$

b)  $p(B) = \frac{2}{3} \cdot 0'6 + \frac{3}{4} \cdot 0'4 = 0'7$

c)  $p(C) = p(O \cap \bar{M}) = \frac{1}{3} \cdot 0'6 = 0'2$

d)  $p(D) = p(A \cap M) = \frac{3}{4} \cdot 0'4 = 0'3$

16) En una urna hay 8 bolas negras y 5 bolas blancas. Calcular:

- a) La probabilidad de que al extraer dos bolas, con reemplazamiento, la primera sea negra y la segunda blanca.
- b) La probabilidad de que al extraer dos bolas, sin reemplazamiento, la primera sea negra y la segunda blanca.

a)  $p(N_1 \cap B_2) = \frac{8}{13} \cdot \frac{5}{13} = \frac{40}{169} = 0'237$

b)  $p(N_1 \cap B_2) = \frac{8}{13} \cdot \frac{5}{12} = \frac{10}{39} = 0'256$

17) Calcula la probabilidad de extraer dos cartas de espadas de una baraja española.

- a) Si lo hacemos con reemplazamiento.
- b) Si lo hacemos sin reemplazamiento.

$$a) p(A) = \left(\frac{10}{40}\right)^2 = \frac{1}{16} = 0'0625$$

$$b) p(A) = \frac{10}{40} \cdot \frac{9}{39} = \frac{3}{52} = 0'0577$$

18) La caja A contiene 6 pilas, de las cuales 3 están descargadas y la caja B contiene 4 pilas, de las cuales 2 están descargadas. Si se saca al azar una pila de cada caja:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que ambas estén descargadas?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que una pila esté descargada y la otra no?

$$a) p(D_1 \cap D_2) = p(D_1) \cdot p(D_2) = \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{4} = \frac{1}{4}$$

$$b) p(D_1 \cap \overline{D_2}) + p(\overline{D_1} \cap D_2) = \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{4} + \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

19) En una casa hay tres llaveros, el primero con tres llaves, el segundo con cuatro llaves y el tercero con cinco. Sólo una llave de cada llavero abre la puerta que da a la calle. Si se escoge al azar un llavero y de él una llave, ¿cuál es la probabilidad de que podamos abrir la puerta?

$A = \text{"abre la puerta"}$

$$p(A) = p\left(\frac{A}{LL_1}\right) \cdot p(LL_1) + p\left(\frac{A}{LL_2}\right) \cdot p(LL_2) + p\left(\frac{A}{LL_3}\right) \cdot p(LL_3) =$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{47}{180} = 0'26$$

20) En una urna hay 6 bolas blancas y 3 bolas negras. Se extraen sucesivamente 3 bolas sin reemplazamiento. Calcular la probabilidad de que alguna bola sea negra.

$A = \text{"alguna de las bolas es negra"}$

$$p(\overline{A}) = \frac{6}{9} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} = \frac{5}{21} \Rightarrow p(A) = 1 - \frac{5}{21} = \frac{16}{21} = 0'76$$