

## MÉTODO DE GAUSS

El método de Gauss consiste en convertir un sistema "normal" de 3 ecuaciones con 3 incógnitas en uno escalonado, en el que la 1ª ecuación tiene 3 incógnitas, la 2ª tiene 2 incógnitas y la tercera 1 incógnita. De esta forma será fácil a partir de la última ecuación y subiendo hacia arriba, calcular el valor de las 3 incógnitas.

Para transformar el sistema en uno que sea escalonado se combinarán las ecuaciones entre sí (sumándolas, restándolas, multiplicándolas por un número, etc.)

Ejemplo :

$$\begin{cases} 2x + 3y - 7z = -1 & (A) \\ 3x + 4y - 6z = 5 & (B) \\ 5x - 2y + 4z = -7 & (C) \end{cases}$$

La 1ª ecuación siempre se deja igual, (procurando que esta sea la más sencilla) y a la 2ª y 3ª ecuación se debe anular el término que lleva la x.

$$\begin{cases} 2x + 3y - 7z = -1 & (A) \\ 3x + 4y - 6z = 5 & (B) \\ 5x - 2y + 4z = -7 & (C) \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + 3y - 7z = -1 & (A') = (A) \\ -y + 9z = 13 & (B') = -3(A) + 2(B) \\ -19y + 43z = -9 & (C') = -5(A) + 2(C) \end{cases}$$

Una vez que hemos anulado los términos en x debemos dejar fija la 1ª y 2ª ecuación y anular el término que lleva la y en la 3ª ecuación

$$\begin{cases} 2x + 3y - 7z = -1 & (A'') = (A') \\ -y + 9z = 13 & (B'') = (B') \\ -128z = -256 & (C'') = -19(B') + (C') \end{cases}$$

De la última ecuación obtenemos que  $z = -256/-128 = 2$ , que sustituyendo en B'' resulta

$$-y + 9 \cdot 2 = 13 \Rightarrow y = 5$$

y a su vez sustituyendo en A'' obtenemos que :

$$2x + 3 \cdot 5 - 7 \cdot 2 = -1 \Rightarrow x = -1$$

Por lo tanto la solución del sistema es (-1, 5, 2)

## Clasificación de los sistemas :

Los sistemas de ecuaciones pueden ser de 3 tipos :

1. Sistema compatible determinado (S.C.D.) : una única solución
2. Sistema compatible indeterminado (S.C.I.) : infinitas soluciones
3. Sistema incompatible (S.I.) : no tiene solución

En el ejemplo anterior hemos obtenido un S.C.D. pero ¿cuándo obtendremos los otros dos tipos? .

- Cuando al realizar Gauss obtengamos  $0 = K$  , siendo K un número distinto de 0 , tendremos un S.I. ya que obtenemos un absurdo .

Por ejemplo :

$$\begin{cases} 2x + 3y - 7z = -1 & (A) \\ 3x + 4y - 6z = 5 & (B) \\ 5x + 7y - 13z = 10 & (C) \end{cases}$$

Dejamos fija la 1ª ecuación e intentamos anular la x de la 2ª y 3ª

$$\begin{cases} 2x + 3y - 7z = -1 & (A) \\ 3x + 4y - 6z = 5 & (B) \\ 5x + 7y - 13z = 10 & (C) \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + 3y - 7z = -1 & (A') = (A) \\ -y + 9z = 13 & (B') = -3(A) + 2(B) \\ -y + 9z = 25 & (C') = -5(A) + 2(C) \end{cases}$$

Quitamos la y de la 3ª ecuación :

$$\begin{cases} 2x + 3y - 7z = -1 & (A'') = (A') \\ -y + 9z = 13 & (B'') = (B') \\ 0 = -12 & (C'') = (B') - (C') \end{cases}$$

Como se observa hemos obtenido un absurdo , ya que 0 no es igual a 12 , por lo que el sistema no tiene solución .

- Cuando al realizar Gauss obtengamos  $0 = 0$  , es decir se nos anule alguna ecuación , y el sistema resultante tenga más incógnitas que ecuaciones tendremos un S.C.I. en función de uno o dos parámetros (depende de las ecuaciones que se anulen) .

Por ejemplo :

$$\begin{cases} 2x + 3y - 7z = -1 & (A) \\ 3x + 4y - 6z = 5 & (B) \\ 5x + 7y - 13z = 4 & (C) \end{cases}$$

Dejamos como siempre la 1ª ecuación igual e intentamos quitar la incógnita x de la 2ª y 3ª ecuación .

$$\begin{cases} 2x + 3y - 7z = -1 & (A) \\ 3x + 4y - 6z = 5 & (B) \\ 5x + 7y - 13z = 4 & (C) \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + 3y - 7z = -1 & (A') = (A) \\ -y + 9z = 13 & (B') = -3(A) + 2(B) \\ -y + 9z = 13 & (C') = -5(A) + 2(C) \end{cases}$$

Si intentamos anular la y de la 3ª ecuación vemos que se nos anula la 3ª ecuación

$$\begin{cases} 2x + 3y - 7z = -1 & (A'') = (A') \\ -y + 9z = 13 & (B'') = (B') \\ 0 = 0 & (C'') = (B') - (C') \end{cases}$$

Obtenemos por tanto un sistema con dos ecuaciones y 3 incógnitas (hay más incógnitas que ecuaciones) por lo que tendrá infinitas soluciones . Una de ellas sería por ejemplo dar a la z el valor  $z=0$  y así obtendríamos que  $y = -13$  ,  $x = 19$